網路購物平台為其競爭者提供廣告之收益策略

黃千瑜

國立台灣大學資訊管理學系

摘要

近年來電子商務蓬勃發展，網路購物平台已成為商家重要的行銷通路。為提高平台收益，網路購物平台可以在其網站上引入廣告推薦其競爭者平台之商品(referral)，並從中抽取部分收益作為其廣告收入。使用此商品推薦方法除了獲得抽成收益之外，因能夠提供使用者更便利之商品比較服務，進而創造更多該網路購物平台之流量。高流量增加該網站自家商品之曝光機會，還能藉由引入別家商品能夠額外獲得廣告收入，然而引入別家商品會造成商品價格競爭。因此，考慮網路購物平台原本市場現況，我們分別討論了在完全市場覆蓋和不完全市場覆蓋下的兩網路購物平台，選擇引入廣告推薦，並訂定抽成比例，能否增加市場均衡下之利潤。

關鍵字：購物平台、廣告收益、平台競爭、賽局理論。

1 研究背景與動機

2006 年起，Amazon 率先將自己的電子商務平台開放給第三方商家，這些商家的商品與 Amazon 自營的產品一同出現在搜尋結果中。這種引入廣告推薦方式，雖然會導致自家商品進入更競爭環境，但也讓使用者能更簡便快速的瀏覽與比較相似商品，網站的商品多樣性優化了用戶的購物經驗，並對平台產生更高之黏著性，進而創造更多該網路購物平台之流量（traffic）。高流量不僅提升該購物平台之價格競爭優勢，也能夠讓平台獲得廣告收益。而 Amazon 此種滿足「用戶有任何需求的時候首先想到的是自

己」的策略，顯然相當成功，調查顯示[1]，越來越多的網購用戶直接在 Amazon 上進行搜尋，並非通過 Google。Amazon 上賣出之第三方商家商品數量越來越多，從 2007 Q2 至 2015 Q3，Amazon 平台上賣出的商品來源為第三方賣家的數量翻倍為 46 百分比，Amazon 向這些商家收取的廣告費用 (referral fee) 占其總收入超過 20 百分比。

因此我們好奇這種網路購物平台為其競爭者提供廣告之收益策略是否有利可圖，以及購物平台將如何訂定其抽成比例。本研究將討論兩間平台各別販售水平差異化商品之競爭網路購物平台，決定是否採用推薦廣告將用戶引至另一間平台，或選擇不引入競爭者之商品。他們的決策將影響網路平台上商品多樣性，導致使用流量之變化，進而影響自家商品於自家購物平台販售之利潤、別家商品於自家購物平台賣出後的廣告抽成，以及自家商品於別家購物平台賣出後的扣除廣告費之剩餘利潤。

過去許多學者研究過企業引入推薦廣告之相關議題。Ghose et al. (2007) 探討供應鏈中製造商會推薦其下游零售商給顧客之行為。而 Chen et al. (2002) 討論一間網路資訊媒體將瀏覽用戶推薦給兩間不同線上零售商，他們發現此推薦過程會造成兩間零售商的競爭行為，而網路資訊媒體會從中獲得最大的利益。Wu et al. (2015) 提出製造商引入推薦廣告可以做為其削弱零售商議價能力。他們也發現在製造商比較不會推薦相對成本效益低的經銷商。前述之研究們皆討論垂直供應鏈上之推薦廣告行為，而本研究則是關注於水平差異化的網路經銷商與購物平台是否應該引入推薦廣告。Cai and Chen (2011) 是本研究最主要之啟發來源，他們唯一運用賽局理論模型比較兩競爭網路購物平台互相的廣告推薦行為。在其研究中指出，不論單向或雙向的廣告推薦行為，兩競爭網路購物平台皆同時能夠獲得更高的利益。然而 Cai and Chen (2011) 並沒有考慮到網路平台用戶對於商品多樣性的偏好，我們認為引入推薦廣告能讓平台上曝光之商品數增加，能夠提供平台用戶更便捷的比價服務，而獲得更高的使用者體驗，進而為平台帶來更高的流量。因此本文著重於考慮商品多樣性對於平台流量之影響下，網路購物平台為其競爭者提供廣告的收益策略。

第二節將明確定義模型，並於第三節分別討論了在完全市場覆蓋和不完全市場覆蓋下的兩個網路購物平台，決定是否引入廣告推薦以及訂定抽成比例，能並探討該決

[1]Marketing Land: Amazon Is the Starting Point For 44 Percent Of Consumers Searching For Products. Is Google Losing, Then? (http://marketingland.com/amazon-is-the-starting-point-for-44-percent-of-consumers-searching-for-products-is-search-losing-then-145647) 。

策能否增加市場均衡下之利潤，最後第四節將總結本研究討論。所有的證明都在附錄提供。

2 研究模型

2.1 網站購物用戶

我們假設用戶會在兩間網路購物平台中其中一間購物，而總上網用戶人口為 N。不同用戶對購物網站有不同的偏好程度，因此其商品價格及購物平台偏好皆為其購物考量。我們以 Hotelling line 設計網路購物用戶之效用函數。對兩個購物網站具有不同偏好程度的用戶被假設落在一條長度為 1 的線段 [0, 1]，上，線段兩端分別是購物平台 1 與購物平台 2，θ 反映用戶對於購物平台之偏好程度，θ 與購物平台間的距離增加會導致用戶購物經驗不滿足，而產生負效用 t。若用戶之偏好程度為 ，則其選擇購物平台 1 之負效用為 $t(\theta)$，選擇購物平台 2 之負效用為 $t(1-\theta)$，因此 θ 越低者，越傾向於平台一購物;θ 越高者，越傾向於平台二購物。負效用 t 也反映了市場競爭激烈程度，若 t 很小，則用戶之變動成本不高，讓其在兩間平台上購物並不太大差異，這就隱含了市場競爭十分激烈；相反的，t 較大則市場競爭相對平緩。

在本模型中同時考慮廣告帶來之流量變化，我們假設推薦廣告能夠提供用戶更多購物選擇，此商品多樣性進而提升其使用者經驗，創造更多該網路購物平台之流量。因此我們以 $\delta(1+a_i)$ 表示商品多樣性，其中假設對於所有用戶，多樣性效益比例皆為 δ，$a_i \in [0,1]$ 為不同平台分別決定引入多少比例之另一平台之商品，若引入另一平台全部商品則 $a_i = 1$。

綜合以上，用戶在某一家購物平台購買的產品所能得到的效用，會受到產品價格 p、商品多樣性 $\delta(1+a_i)$，以及個人偏好 θ 影響。因此，若用戶之偏好程度為 θ，則其效用函數為

$$u_1 = v - p_1 + \delta(1+a_1) - t\theta \tag{1}$$

$$u_2 = v - p_2 + \delta(1+a_2) - t(1-\theta) \tag{2}$$

其中，u_1、u_2 分別代表用戶於購物平台 1、購物平台 2 購買商品的效用函數。用

戶在購買商品後可以獲得願付價格下的滿意度 (willingness-to-pay) v，減去實際價格 p，考慮於購物平台商品多樣性下之購物經驗 δ，並依據用戶不同平台偏好而有負效用 t。用戶透過計算其 u_1、u_2，以最大化自身利益為目標，決定要於平台 1、平台 2 購買商品，或都不購買。

2.2 購物平台

考慮到網路購物用戶之反應，購物平台可推得各自的市場需求 $D_1 = N(\theta_1)$ 和 $D_2 = N(1-\theta_2)$。其中 θ_1,θ_2 須滿足

$$u_1 = v - p_1 + \delta(1+a_1) - t\theta_1 = 0\text{，} \tag{3}$$

$$u_2 = v - p_2 + \delta(1+a_2) - t(1-\theta_2) = 0\text{。} \tag{4}$$

θ_1 表示會於購物平台 1 購買商品者中偏好程度 θ 最高者，θ_2 表示會於購物平台 2 購買商品者中偏好程度 θ 最低者。因此 $\theta \in (0,\theta_1)$ 者會去購物平台一購買，而 $\theta \in (\theta_2, 1)$ 者則前往購物平台 2。

如圖 1所示，若 $\theta_1 < \theta_2$ 則表示存在網站購物用戶偏好為 $\theta \in (\theta_1,\theta_2)$ 者不會在任一平台購物，此情形為不完全市場覆蓋 (partial market coverage, 簡稱 PMC)。在本研究中假設不完全市場覆蓋時，t 符合 $2v + 4\delta < t$。則相反的，若如圖 2中，$\theta_1 > \theta_2$，則所有購物網站用戶都會在其中一平台消費，此情形為完全市場覆蓋 (full market coverage, 簡稱 FMC)。因此能夠找到一個網站購物用戶 $\theta = \bar{\theta}$，其對於在任一購物平台購物上沒有偏好差異，即在兩平台上有一樣高的效用函數 $u_1 = u_2$。因此推得 $\bar{\theta}$ 符合 $\bar{\theta} = \frac{1}{2} + \frac{\delta(a_1-a_2)+p_2-p_1)}{2t}$。

圖 1: PMC 下的 θ_1 和 θ_2 位置關係

若一購物平台選擇採用推薦廣告之方式引入另一購物平台之商品，則該平台之商品有 $\alpha_i = \frac{a_i}{1+a_i}$ 比例為廣告商品，購物平台販售出廣告商品可獲得交易金額 $R_i \in (0,1)$

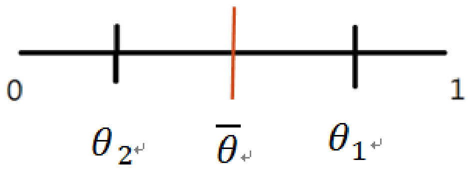

圖 2: FMC 下的 θ_1 和 θ_2 位置關係

比例，作為其之廣告費用；相反的，若一購物平台之商品選擇被引入另一購物平台，則販售後可獲得 $(1-R_i)$ 比例的交易金額。因此購物平台能獲得之總利潤包含自家商品於自家購物平台販售之利潤 $(1-\alpha_1)D_1p_1$、別家商品於自家購物平台賣出後的廣告抽成 $\alpha_1D_1p_2R_1$，以及自家商品於別家購物平台賣出後的剩餘利潤 $\alpha_2D_2p_1(1-R_2)$。另外，由於網路購物平台設置之邊際成本趨近於零，故期望利潤函數中將成本在不失一般性的情況下設為 0。因此我們假設購物平台的期望利潤函數為：

$$\pi_1 = (1-\alpha_1)D_1p_1 + \alpha_1D_1p_2R_1 + \alpha_2D_2p_1(1-R_2)\text{，} \tag{5}$$

$$\pi_2 = (1-\alpha_2)D_2p_2 + \alpha_2D_2p_1R_2 + \alpha_1D_1p_2(1-R_1)\text{。} \tag{6}$$

本研究中，我們將著重討論兩間購物平台選擇同時廣告推薦對方平台之全部商品與否，即 $(a_1,a_2)=(0,0)$ 或 $(a_1,a_2)=(1,1)$，觀察引入廣告推薦後，能否創造更多該網路購物平台之流量，並為購物平台帶來更高之效益。

3 分析與討論

本文分析分為兩部分，3.1 將討論完全市場覆蓋 (FMC) 下，引入推薦廣告能否提高市場均衡後購物平台的利益。在 3.2 討論不完全市場覆蓋 (PMC) 下，引入推薦廣告後，市場均衡價格的變化跟願付價格下的滿意度 v 、購物平台之購物經驗 δ 和抽成比例 R 之關係，並討論之購物平台的利益變化。

3.1 完全市場覆蓋下引入推薦廣告之效益

若兩間購物平台皆不引入推薦廣告，$(a_1,a_2)=(0,0)$，又在完全市場覆蓋下網站購物用戶之 $\theta>\bar{\theta}$ 者會去購物平台 1 消費，反之則去平台 2，因此兩間購物平台之期望利潤

函數分別表示為 $\pi_1^{00}=N(\frac{1}{2t}(t-p_1+p_2))p_1$ 與 $\pi_2^{00}=N(\frac{1}{2t}(t-p_2+p_1))p_2$。而若兩間購物平台互相引入推薦廣告時，$(a_1,a_2)=(1,1)$，兩間購物平台之期望利潤函數分別表示為 π_1^{11},π_2^{11}：

$$\pi_1^{11}=\frac{1}{2}N(\frac{1}{2t}(t-p_1+p_2))p_1+\frac{1}{2}N(\frac{1}{2t}(t-p_1+p_2))p_2R_1+\frac{1}{2}N(\frac{1}{2t}(t+p_1-p_2))p_1(1-R_2)\text{，} \tag{7}$$

$$\pi_2^{11}=\frac{1}{2}N(\frac{1}{2t}(t-p_2+p_1))p_2+\frac{1}{2}N(\frac{1}{2t}(t-p_2+p_1))p_1R_2+\frac{1}{2}N(\frac{1}{2t}(t+p_2-p_1))p_2(1-R_1)\text{。} \tag{8}$$

平台一需滿足 $\pi_1^{11}>\pi_1^{00}$ 才會願意提供推薦廣告，我們討論極端狀況下 p_1,p_2 差異不大，則 $\pi_1^{11}>\pi_1^{00}$ 可化簡為 $R_1-R_2\geq 0$。同樣的，平台二需滿足 $\pi_2^{11}>\pi_2^{00}$ 才會願意提供推薦廣告，則 $\pi_2^{11}>\pi_2^{00}$ 化簡為 $R_2-R_1\geq 0$。綜合兩不等式，則需 $R_1=R_2$ 兩間公司才願意互相提供推薦廣告，亦即兩方都要跟對方收取一樣多的廣告費用。我們進一步從總市場利益討論，若兩間購物平台皆引入，則兩者效用函數總和為

$$\pi_1^{11}+\pi_2^{11}=N(\frac{1}{2t}(t-p_1+p_2))p_1+N(\frac{1}{2t}(t-p_2+p_1))p_2=\pi_1^{00}+\pi_1^{00}\text{。} \tag{9}$$

定理 1. *若兩間購物平台原本已完全覆蓋市場，兩方不會互相引入對方推薦廣告。*

若兩間購物平台原本已完全覆蓋市場，互相引入推薦廣告所為兩方都帶來了平台流量，但市場均衡下流量之效果被互相抵銷，總市場利益為固定值，如此一來一往的收取廣告費用，並無法同時提高兩方的利益，若一方獲得的收益增加則另一方則等量的減少。故此零和博弈下，考慮平台仍需克服各自的交易成本，兩方在對等之合作協調關係下，兩方皆不會引入對方推薦廣告。

3.2 不完全市場覆蓋下引入推薦廣告之效益

在不完全市場覆蓋下，根據模型，網站購物用戶之 $\theta<\theta_1$ 者會去購物平台 1 消費，$\theta>\theta_2$ 則去平台 2。當兩間購物平台皆不引入推薦廣告，$(a_1,a_2)=(0,0)$，則兩間購物平台之期望利潤函數分別表示為 $\pi_1^{00}=N\theta_1p_1=\frac{N}{t}(v-p_1+\delta)p_1$ 與 $\pi_2^{00}=N(1-\theta_2)p_2=\frac{N}{t}(v-p_2+\delta)p_2$。在市場均衡下，購物平台訂定之最佳價格須滿足 $\frac{\partial}{\partial p_1}\pi_1^{00}=0$ 和 $\frac{\partial}{\partial p_2}\pi_2^{00}=0$。進一步化簡，我們得到最佳價格 $p_1^{*00}=p_2^{*00}=\frac{1}{2}(v+\delta)$。將最佳價格代入期望利潤函數，則總市場利益為 $\pi_1^{00}+\pi_2^{00}=\frac{N}{2t}(v+\delta)^2$。

當兩間購物平台互相引入推薦廣告時，$(a_1, a_2) = (1, 1)$，兩間購物平台之期望利潤函數分別表示為 π_1^{11}, π_2^{11}:

$$\pi_1^{11} = \frac{1}{2}N(\frac{1}{t}(v - p_1 + 2\delta))p_1 + \frac{1}{2}N(\frac{1}{t}(v - p_1 + 2\delta))p_2R_1 + \frac{1}{2}N(\frac{1}{t}(v - p_2 + 2\delta))p_1(1 - R_2)\text{，} \tag{10}$$

$$\pi_2^{11} = \frac{1}{2}N(\frac{1}{t}(v - p_2 + 2\delta))p_2 + \frac{1}{2}N(\frac{1}{t}(v - p_2 + 2\delta))p_1R_2 + \frac{1}{2}N(\frac{1}{t}(v - p_1 + 2\delta))p_2(1 - R_1)\text{。} \tag{11}$$

在市場均衡下，購物平台訂定之最佳價格須滿足 $\frac{\partial}{\partial p_1}\pi_1^{11} = 0$ 和 $\frac{\partial}{\partial p_2}\pi_2^{11} = 0$。進一步化簡，我們得到最佳價格 p_1^*，p_2^* 滿足：

$$p_1^{*11} = \frac{v + 2\delta}{1 - \frac{1}{4}(R_1 - R_2 - 1)(R_2 - R_1 - 1)}[1 - \frac{1}{2}R_2 + \frac{1}{2}(R_2 - R_1 - 1)(1 - \frac{1}{2}R_1)]\text{，} \tag{12}$$

$$p_2^{*11} = \frac{v + 2\delta}{1 - \frac{1}{4}(R_2 - R_1 - 1)(R_1 - R_2 - 1)}[1 - \frac{1}{2}R_1 + \frac{1}{2}(R_1 - R_2 - 1)(1 - \frac{1}{2}R_2)]\text{。} \tag{13}$$

首先我們討論兩購物平台在對等之合作協調關係下，選擇互相將廣告商品抽成比例 R_1,R_2 設為相等的 R。則最佳價格 p_1^*,p_2^* 可化簡為

$$p_1^{*11} = p_2^{*11} = \frac{2}{3}(v + 2\delta)(1 - \frac{1}{2}R) \tag{14}$$

比較引入廣告推薦商品前後之最佳價格 p^{*00} 和 p^{*11}，我們推得兩者符合定理二之關係。

定理 2. *當廣告商品抽成比例 R 和市場上願付價格與流量帶來之商品多樣性效益的比例 $\frac{v}{\delta}$ 之關係滿足 $\frac{v}{\delta} < \frac{3}{(2R-1)-2}$，則引入後之價格 p^{*11} 將高於未引入時之價格 p^{*00}; 反之則引入後之價格 p^{*11} 將低於未引入時之價格 p^{*00}。p^{*00}，p^{*11} 關係如圖 3所示。*

從圖 3我們可以看到當 $R < 0.5$, $p^{*00} < p^{*11}$，也就是當兩方決定引入廣告推薦，而訂定之抽成比例不會太高時，市場均衡會讓價格提升。這代表引入廣告推薦獲得之流量增加了市場需求量，而抽成比例不會太高則讓引入後市場價格競爭不至於太激烈，總和兩種效果，便能讓均衡價格提升。當 $R \geq 0.5$, 隨著抽成比例增加，則流量帶來之商品多樣性效益 δ 相對於願付價格，必須越高如此才能讓均衡價格 $p^{*00} < p^{*11}$。換言

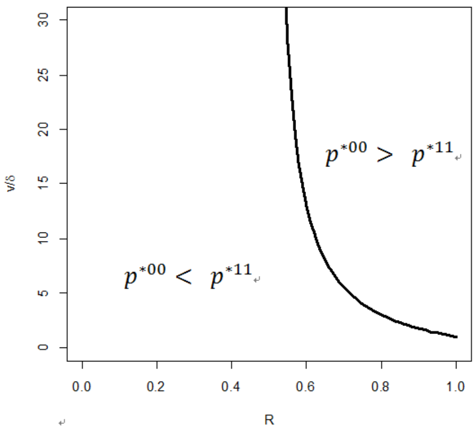

圖 3: R 和 $\frac{v}{\delta}$ 不同比率下，引入推薦廣告前後之最佳價格 p^{*00} ，p^{*11} 關係

之，當引入商品的抽成比例升高，價格競爭就會越趨激烈，為了獲得更高的需求量，平台就會傾向降低價格。

討論完最佳價格變化後，我們將最佳價格 $p^{*00} < p^{*11}$ 代入購物平台之期望利潤函數。首先我們討論當 $(R_1, R_2) = (0, 0)$ 及 $(R_1, R_2) = (1, 1)$ 時，比較引入前後之購物平台之總市場期望利潤函數 $\pi_1^{00} + \pi_2^{00}$ 和 $\pi_1^{11} + \pi_2^{11}$，則我們能夠推得定理三。

定理 3. *當 $(R_1, R_2) = (0, 0)$ 及 $(R_1, R_2) = (1, 1)$ 時，若且為若 $v \leq 15.485\delta$, 則 $\pi_1^{11} + \pi_2^{11} > \pi_1^{00} + \pi_2^{00}$。*

只要商品多樣性效益 δ 相對於願付價格不會太小，即使兩間購物平台不收取任何廣告抽成，讓另一方免付費將商品掛在自己的平台，或是兩間購物平台互相免費贈送商品，都能夠提升市場期望利潤，達到雙贏效果。這顯示了引入推薦廣告增加了商品多樣性效用，將市場需求提高，為平台提升了使用流量，即便引入後自家商品價格可能受到別家商品之價格影響，但由於平台自家商品銷量提高，仍能夠增加平台之收益。

進一步討論若兩購物平台在對等之合作協調關係下，選擇互相將廣告商品抽成比例 R_1,R_2 設為相等的 R 後，引入前後之購物平台之總市場期望利潤函數 $\pi_1^{00} + \pi_2^{00}$ 和 $\pi_1^{11} + \pi_2^{11}$ 跟廣告商品抽成比例 R 之關係。

定理 4. *當 $R_1 = R_2 = R$，若且為若 $\frac{v}{\delta} \leq \frac{1}{1-\frac{2}{3}\sqrt{(R+1)(2-R)}} - 2$, 則 $\pi_1^{11} + \pi_2^{11} > \pi_1^{00} + \pi_2^{00}$。$\frac{v}{\delta}$ 和 R 之關係如圖 4 所示。*

由定理 4 可知當 $\frac{v}{\delta}$ 和 R 滿足一定關係下，引入推薦廣告後的期望利潤 $\pi_1^{11} + \pi_2^{11}$

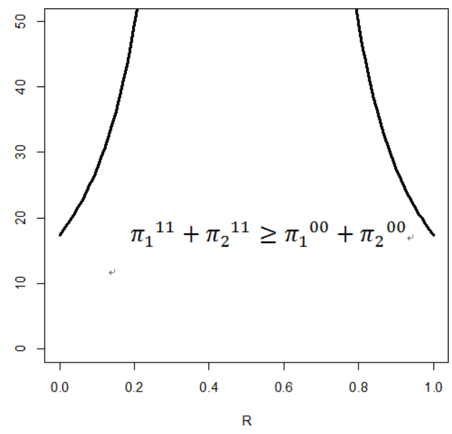

圖 4: R 和 $\frac{v}{\delta}$ 不同比率下，$\pi_1^{11}+\pi_2^{11} > \pi_1^{00}+\pi_2^{00}$ 的區域

會高於不引入推薦廣告的期望利潤 $\pi_1^{00}+\pi_2^{00}$。在 R 為極端狀況 0 和 1 時，對應之 $\frac{v}{\delta}$ 最低，如定理 3 所述，須滿足 $\frac{v}{\delta} \leq 15.485$ ；R 約接近 0.5，v 和 δ 的關係則越來越寬鬆。因此對於不同市場情形之 v 和 δ，我們都能夠找到適當地抽成費用比例 R，市場均衡後能夠提升市場期望利潤，達到雙贏效果。若要最大化市場均衡後引入推薦廣告後之期望利潤，則最佳抽成比例須滿足：$\frac{\partial}{\partial R}(\pi_1^{11}+\pi_2^{11}) = 0$。於是我們能夠得到定理五。

定理 5. *當 $R_1 = R_2 = R$，市場均衡下之最佳抽成比例為 $R^* = 0.5$。*

當抽成比例為 $R^* = 0.5$ 時，引入推薦廣告增加了商品多樣性效用，進而讓市場需求提高，即便引入後自家商品價格可能受到別家商品之價格影響，但由於平台自家商品銷量提高，仍能夠增加自家平台上自家商品之收益。同時別家商品在自家平台上銷售後，自家平台能獲得不少廣告收益，而自家商品在別家平台也有銷入。因此 $R^* = 0.5$ 最大化了三個市場期望利潤來源之總和，讓網路購物平台能夠藉由引入推薦廣告最大化其利潤。

4 結論

本研究中，我們討論網路購物平台能否為其競爭者提供廣告而獲得更高的收益，引入推薦競爭者商品廣告能夠為網站增加商品多樣性，提升使用者經驗，創造更多該網路購物平台之流量。考慮網路購物平台原本市場現況，我們分別討論了在完全市場覆蓋和不完全市場覆蓋下的兩網路購物平台。

在完全市場覆蓋下，市場已飽和，引入推薦廣告沒有辦法創造更大的總市場，因此這場零和遊戲下，兩間平台僅能瓜分對方的市場，無法同時提升利潤，因此對等關係之兩間網路購物平台不會選擇引入推薦廣告。

而不完全市場覆蓋下，引入推薦廣告將商品擴充了曝光的機會，有更多的潛在用戶於是進入消費市場，創造了更高的總市場。此總市場增加的利益隨著不同的抽成比例而有所變化，但只要商品多樣性效益相對於願付價格不會太小，有較高的廣告收入以彌補自家商品出售比例降低的損失，即使兩間購物平台不收取任何廣告抽成，讓另一方免付費將商品掛在自己的平台，都引入推薦廣告都能夠獲得比不引入時有更高利潤。

我們也進一步討論兩購物平台在對等之合作協調關係下，選擇互相將廣告商品抽成比例設為相等時，均衡市場下之購物平台最高收益能夠在抽成比例設為 0.5 時獲得最高。此合作關係下，商品的價格不因價格競爭而降低，反而因市場需求上升而提高。因此購物平台賺取更多自家商品之收入，更獲得額外的廣告抽成收益，我們證明了引入競爭者商品廣告會是雙贏的選擇。

附錄

定理 2 證明： $p^{*00} = \frac{1}{2}(v+2\delta)$ 和 $p^{*11} = \frac{2}{3}(v+2\delta)(1-\frac{1}{2}R)$。若 $p^{*00} \leq p^{*11}$，則 $\frac{1}{2}(v+2\delta) \leq \frac{2}{3}(v+2\delta)(1-\frac{1}{2}R)$，將兩式化簡則得到 $\frac{v}{\delta} \leq \frac{3}{(2R-1)-2}$。 □

定理 3 證明： 當 $(R_1, R_2) = (0, 0)$ 及 $(R_1, R_2) = (1, 1)$ 時，我們得到總市場利潤函數皆為 $\pi_1^{11} + \pi_2^{11} = \frac{4N}{9t}(v+2\delta)^2$。若要讓引入後利潤較引入前增加，則令 $\pi_1^{00} + \pi_2^{00} \leq \pi_1^{11} + \pi_2^{11}$，則 $\frac{4N}{9t}(v+2\delta)^2 - \frac{N}{2t}(v+2\delta)^2 \geq 0$。將左右同除 N、t 並化簡，得到 $v^2 - 14v\delta - 23\delta^2 \leq 0$。令 $v = k\delta$，則可以化簡前式為 $k^2 - 14k - 23 \leq 0$，再化簡為 $(k-7)^2 \leq 72$，$k - 7 \leq \sqrt{72} = 8.485$ 或 $k - 7 \geq -\sqrt{72} = -8.485$。$k \leq 15.485$ 或 $k \geq -1.485$，然而 v 和 δ 皆 > 0，則必然滿足 $k > 0 > -1.485$。得證當 $(R_1, R_2) = (0, 0)$ 及 $(R_1, R_2) = (1, 1)$ 時，若且為若 $v \leq 15.485\delta$, 則 $\pi_1^{11} + \pi_2^{11} > \pi_1^{00} + \pi_2^{00}$。 □

定理 4 證明： 當 $R_1 = R_2 = R$，則引入推薦廣告前後之期望利潤函數為 $\pi_1^{00} + \pi_2^{00} = \frac{N}{2t}(v+\delta)^2$ 和 $\pi_1^{11} + \pi_2^{11} = \frac{4N}{9t}(v+2\delta)^2(R+1)(2-R)$。若要讓引入後利潤較引入前增

加，則令 $\pi_1^{00}+\pi_2^{00} \leq \pi_1^{11}+\pi_2^{11}$，則 $\frac{4N}{9t}(v+2\delta)^2(R+1)(2-R)-\frac{N}{2t}(v+\delta)^2 \geq 0$。令 $v=k\delta$，則可以化簡前式為 $k \leq \frac{1}{1-\frac{2}{3}\sqrt{(R+1)(2-R)}}-2$。當 $R_1=R_2=R$，若且為若 $\frac{v}{\delta} \leq \frac{1}{1-\frac{2}{3}\sqrt{(R+1)(2-R)}}-2$, 則 $\pi_1^{11}+\pi_2^{11} > \pi_1^{00}+\pi_2^{00}$。$\frac{v}{\delta}$ 和 R 之關係如圖 4 所示。 □

參考文獻

Cai, G., Y.-J. Chen. 2011. In-store referrals on the internet. *Journal of Retailing* **87** 563–578.

Chen, Y., G. Iyer, V. Padmanabhan. 2002. Referral infomediaries. *Marketing Science* **21** 412–434.

Ghose, A., T. Mukhopadhyay, U. Rajan. 2007. The impact of internet referral services on a supply chain. *Information Systems Research* **18** 300–319.

Wu, H., G. Cai, J. Chen, , C. Sheu. 2015. Online manufacturer referral to heterogeneous retailers. *Production and Operations Management* **24** 1768–1782.