

電子零售商之商品差異程度對互設內置商品廣告的意願影響分析

陳韋志

國立台灣大學資訊管理學系

摘要

隨著網路的普及化，透過電子零售商購入商品也成為了一種主流消費方式。我們觀察到電子零售商有販售其他零售商商品的現象，令我們不禁好奇，不同商品的垂直差異程度是否會影響電子零售商將商品提供給其他零售商作為商品的決策？考慮電子零售商追求利潤最大化的目標，我們假設商品的垂直差異程度固定，電子零售商先決定是否要提供商品給其他零售商，再決定自己商品的售價。藉由一個賽局理論模型，我們以上述的決策順序探討電子零售商的銷售策略，並且發現電子零售商互置商品的意願會受到商品垂直程度的影響。

關鍵字：垂直差異、內置商品、賽局理論

1 研究背景與動機

隨著網路的普及化，透過電子零售商購入商品也成為了一種主流消費方式。透過電子零售商，消費者可以無視地域的限制選購想要的商品，電子零售商再利用物流業者或是自己建立的物流機制讓商品到消費者的手中，完成交易。這樣的商業模式行之有年，也被許多的電子零售商所採用，例如 Yahoo! 奇摩商城、PChome、樂天等等電子零售商。

我們觀察到電子零售商有販售其他零售商商品的現象；實體零售商也有把商品置入到其他零售商的實體商店做商品販售的現象，但是電子零售商與實體零售商不同的

是，電子零售商不需要真的把商品「置入」到其他零售商，僅僅藉著網路的連結和雙方物流的合作，就能夠達成商品的置入行銷，幾乎不需成本。

接受其他零售商的商品置入行銷有利有弊，其他零售商的商品售出，我們即使能透過契約的方式分享到一部分利益（比如說，每個商品售出都獲得一定百分比的抽成），但相對地，消費者購買了其他零售商的商品後，就影響了購買自身商品的意願；所以，是否要提供其他零售商的置入商品廣告是一個需要仔細衡量的決策。我們考慮到電子零售商間的市場定位不同，可能會販售不同商品，考慮商品的垂直差異程度大小做為變數，商品差異程度越小，對於內置商品廣告的效果會越好，但是也會侵蝕到自己的商品的需求；商品差異程度越大，商品的需求較不會互相重疊，但是商品的廣告效果就不會那麼好。我們想知道電子零售商的商品的垂直差異程度是否會影響電子零售商將商品提供給其他零售商作為商品的決策。

回顧以往有關內置廣告的研究，Ghose et al. (2007) 討論在一個供應鏈上，製造商會引入零售商替其銷售商品於消費者的情況。Chen et al. (2002) 研究線上資訊中介服務 (information intermediary) 引入兩家零售商供消費者選擇的情形，他們發現在某些情況下，對於提供資訊中介服務的平台方，引入兩家零售商進行競爭會使平台方獲得最大利益。Wu et al. (2015) 考量製造商在自有網路通路的情況下，如何提供零售商代銷合約，最終發現製造商僅會提供最有效率的零售商代銷合約。有別於前述研究所討論的垂直供應鏈上的廣告，我們的研究討論水平間線上平台零售商之間的內置廣告關係。在這方面，Cai and Chen (2011) 是唯一運用賽局理論分析競爭情況下網路零售商的內置廣告合約，他們研究發現不管是單向代銷 (one-way referrals) 或是雙向代銷 (two-way referrals) 都可以因為市場變大使得網路零售商獲得更多利潤。然而在 Cai and Chen (2011) 的研究模型中，並沒有考慮零售商的商品的品質差異，因此本研究的目標之一是希望能夠補充 Cai and Chen (2011) 在此一方面的不足。

在接下來的研究中，第二節我們會建立我們的研究模型，在第三節我們會討論我們的研究模型，並分析研究為我們帶來的經濟意涵，所有的證明都會被放在附錄。

2 研究模型

我們想要設計一個市場，能夠反映高品質電子零售商與低品質電子零售商提供內置商品廣告所帶來的影響。我們讓高品質零售商以 H 表示、低品質零售商以 L 表示，零

售商所提供的商品的品質程度和價格分別是 q_i 和 p_i ， $i \in \{L, H\}$ ，並隨著生產每單位商品付出變動成本 c 。我們將這些參數的範圍都正規化成 0 到 1 之間，即 $q \in [0, 1]$ 、 $p \in [0, 1]$ 、 $c \in [0, 1]$ 。

我們假設每位消費者對於商品品質的偏好程度 θ 會均質的分佈在 0 到 1 之間，也就是 $\theta \sim U(0, 1)$ ；並假設市場上的消費者在觀察到商品的品質與價格後，最多只會購買一單位的高品質商品或低品質商品，消費者也可能選擇不買任何商品。

當消費者面對一個價格 p 、品質 q 的商品，我們將其效用函數表示為 $u(p, q)$ ，並簡單地假設

$$u_\theta(p, q) \equiv \theta q - p \quad (1)$$

，如果 $u_\theta(p, q) < 0$ ，則它會選擇不購買商品，透過這樣的效用函數，對於商品品質偏好程度較高的消費者，它願意支付較高價格的商品，符合我們現實生活中的一般情況。如果它有兩個商品可以做選擇，那麼它會選擇對它效用較高的商品（如果效用函數都為正值）購買，例如有兩種商品 $(p_A, q_A), (p_B, q_B)$ ，則消費者會選擇 $\operatorname{argmax}_i u_\theta(p_i, q_i), i \in \{A, B\}$ 。

為了分析內置廣告會為市場帶來的影響，我們假設高品質的電子零售商與低品質的電子零售商所面對的市場是各自獨立的；換句話說，在未設置內置廣告的情況下，在高品質的市場，消費者只能看到高品質的商品，反之亦然。

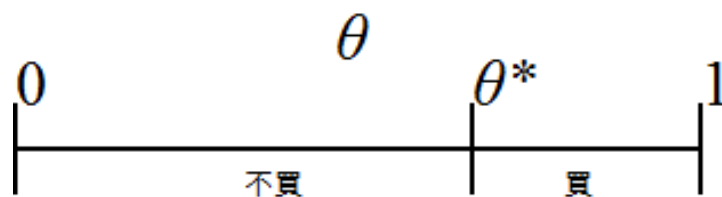


圖 1: 消費者在市場上的商品品質偏好分佈與購買與否的關係， $\theta^* = \frac{p}{q}$

圖一顯示了消費者在市場上的商品品質偏好分佈在 0 到 1 之間，其中 θ^* 是恰好效用相等之消費者的商品品質偏好，我們稱之為無異消費者， $u_{\theta^*}(p, q) = 0$ ，我們可以得出 $\theta^* = \frac{p}{q}$ 。對於商品品質偏好比無異消費者大的消費者，它們的效用函數都會為正值，因為它們可以在購買了商品之後獲得正的效用，所以它們會選擇購買商品；相對地，

對於商品品質偏好比無異消費者小的消費者，它們的效用函數都會為負值，所以它們會選擇不購買商品。如果商品的價格變高、品質不變，那麼無異消費者會落在比較高的位置，因此會有較少人選擇購買商品；如果商品的品質變高、價格不變，那麼無異消費者會落在比較低的位置，因此會有較多人選擇購買商品。

我們假設兩方零售商的決策順序如下：首先兩方零售商的商品品質會被先天地決定。接著零售商会決定是否要提供內置廣告給另外一位零售商，提供內置廣告的零售商会決定上架費用 t ，如果被引入的零售商不同意支付 t 費用，那麼雙方就在各自的市場做商品定價，彼此的利潤不互相影響；如果被引入的零售商同意契約，根據 t 雙方零售商会各自決定 (p_A, p_B) ；最後消費者會依照它的效用函數決定是否購買商品，零售商的利潤也會被實現。

3 分析

在本節中，我們將會先討論高品質電子零售商與低品質電子零售商在沒有內置廣告的情況下所能獲得的利潤，接下來分別討論高品質零售商是否會願意提供低品質零售商置放廣告，以及低品質零售商是否會願意提供高品質零售商置放廣告。

3.1 沒有設置內置廣告

我們先討論高低品質電子零售商間沒有設置內置廣告的情況做為之後分析比較的基準。我們假設在沒有設置內置廣告的情況下，高品質電子零售商與低品質電子零售商所面對的市場各自獨立，因此消費者在沒有內置廣告的情形下，只能看到高品質零售商或是低品質零售商的商品。在這樣的設定下，零售商試圖去最大化他們各自的利潤，並不需要考慮到彼此的定價，所以在商品品質 q_i 已經確定的情況下， i 品質零售商， $i \in \{H, L\}$ ，需要決定價格 p_i 以解決

$$\begin{aligned} \pi_i^{ori} &= \max_{p_i} (1 - \theta^i)(p_i - c_i) \\ \text{s.t. } &\theta^i q_i - p_i \geq 0. \end{aligned} \quad (2)$$

因為每位消費者無論它對商品的品質偏好程度如何，它最多只會購買一單位的商品，

所以當 $\theta^i = \frac{p_i}{q_i}$ 為無異消費者對商品的品質偏好， $1 - \theta^i$ 就會是商品的需求量，零售商的目標函式也因此被決定。

輔助定理 1. 當高低品質電子零售商間沒有設置內置廣告，且 $c \leq q_L$ ，零售商的最適價格應定在 $p_i^* = \frac{q_i + c}{2}$ ，所能獲得的利潤是 $\frac{(q_i - c)^2}{4q_i}$ ；因此，雙方能夠獲得的總利潤 $\pi^{ori} = \frac{(q_H - c)^2}{4q_H} + \frac{(q_L - c)^2}{4q_L}$ 。

在沒有設置內置廣告的情況下，兩方零售商在各自的獨立市場做為壟斷的零售商，不需要面對產品競爭。所以在考慮內置廣告的時候，兩方銷售商永遠都可以拒絕內置廣告，並獲得 π^{ori} 的利潤。

3.2 高品質零售商提供內置廣告給低品質零售商

考慮高品質電子零售商是否提供內置廣告給低品質電子零售商的問題，高品質零售商需要先考慮如果提供內置廣告給低品質零售商，她所能夠獲得的利潤是否會比她在沒有提供內置廣告的情況下來的大，因為高品質零售商可以訂定上架費 t ，只要她決定 t 使得低品質零售商在高品質提供內置廣告給低品質零售商的情況的利潤 π_L^H 比低品質零售商在沒有內置廣告的情況的利潤 π_L^{ori} 大，低品質零售商就會同意接受合約，所以高品質零售商可以利用 t 獲取所有提供內置廣告所帶來的額外利潤。總而言之，高品質零售商需要衡量提供內置廣告給低品質零售商是否會使得零售商所獲得的總利益 π^H 比沒有提供內置廣告所獲得的雙方總利益來得高；換句話說，如果 $\pi^H \geq \pi^{ori}$ ，則高品質零售商會提供內置廣告給低品質零售商，否則不會。

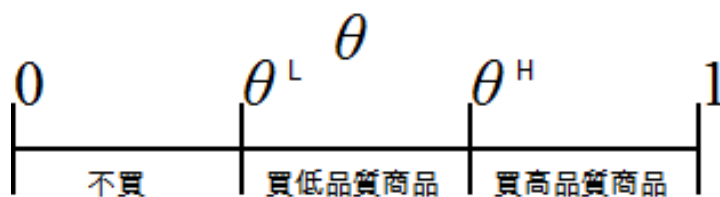


圖 2: 高品質商品的市場，消費者商品品質偏好分佈與購買與否的關係

我們利用逆向歸納法，首先考慮零售商與消費者的賽局，由於在高品質零售商提供內置廣告給低品質零售商的情況，低品質零售商的市場仍然只能買到低品質的商品，所以在低品質零售商的市場，消費者行為與前述相符，對商品品質偏好較無異消費者大的消費者都會購買低品質的商品。但是在高品質零售商的市場，由於引入了低

品質零售商的商品，消費者可以選擇購買高品質的商品或是選擇低品質的商品，所以無異消費者也有兩種，對商品品質偏好為 $\theta^H = \frac{p_H - p_L}{q_H - q_L}$ 的無異消費者購買高品質的商品與低品質商品所獲得的效用函數相同， $u_{\theta^H}(p_H, q_H) = u_{\theta^H}(p_L, q_L)$ ，對商品品質偏好為 $\theta^L = \frac{p_L}{q_L}$ 的無異消費者則無所謂買低品質商品與不買， $u_{\theta^L}(p_L, q_L) = 0$ 。因此，對於商品品質偏好比 θ^H 來得大的消費者，購買高品質商品獲得的效用會大於購買低品質商品獲得的效用，所以會選擇購買高品質商品；對商品品質偏好落在 θ^H 與 θ^L 之間的消費者，購買低品質商品獲得的效用會大於購買高品質商品獲得的效用，所以會選擇購買低品質商品；對於商品品質偏好比 θ^L 來得小的消費者，購買商品的效用不足以蓋過購買商品所需要付出的費用，所以會選擇不購買商品，圖二總結了這個結果。依照前述結論，高品質商品的需求會是 $1 - \theta^H$ ，低品質商品的需求會是 $\theta^H - \theta^L$ 。

$$\begin{aligned}
\pi_H^H &= \max_t (p_H^* - c_H) \left(1 - \frac{p_H^* - p_L^*}{q_H - q_L}\right) + t \\
\text{s.t. } p_L^* &\in \operatorname{argmax}_{p_L} \left\{ [(p_L - c) \left(\frac{p_H - p_L}{q_H - q_L} - \frac{p_L}{q_L}\right) - t] + \left[(1 - \frac{p_L}{q_L})(p_L - c)\right] \right\} \\
p_H^* &\in \operatorname{argmax}_{p_H} \left\{ (p_H - c) \left(1 - \frac{p_H - p_L}{q_H - q_L}\right) + t \right\} \\
\operatorname{argmax}_{p_L} \left\{ [(p_L - c) \left(\frac{p_H - p_L}{q_H - q_L} - \frac{p_L}{q_L}\right) - t] + \left[(1 - \frac{p_L}{q_L})(p_L - c)\right] \right\} &\geq 0 \\
\operatorname{argmax}_{p_H} \left\{ (p_H - c) \left(1 - \frac{p_H - p_L}{q_H - q_L}\right) + t \right\} &\geq 0
\end{aligned} \tag{3}$$

接著在零售商之間訂定合約的階段，前兩個限制式代表前述所提及的零售商在面對消費者的訂價策略階段，會選擇最好的訂價策略。後兩個限制式確保了兩方零售商都會同意這個合約。目標式是最大化高品質零售商所獲得的利潤。我們可以發現，高品質的零售商會利用上架費將低品質零售商的利潤全數併吞。

輔助定理 2. 當高品質零售商提供內置廣告給低品質零售商，且 $c \leq \frac{3}{4}q_L$ ，高品質零售商會訂商品價格為 $p_H^* = \frac{(4q_H - q_L)(q_H - q_L) + 3(2q_H - q_L)c}{8q_H - 5q_L}$ ，低品質零售商會訂商品價格 $p_L^* = \frac{3(q_H - q_L)q_L + (4q_H - q_L)c}{8q_H - 5q_L}$ ，零售商能夠獲得的總利潤為 $\pi^H = \frac{(q_H - q_L)((16q_H^2 + 10q_H q_L - 8q_L^2)q_L - 4(16q_H - 7q_L)q_L c + 4(8q_H - 3q_L)c^2)}{(8q_H - 5q_L)^2 q_L}$ ，與原本市場的總利潤差距為 $\pi^H - \pi^{ori} = \frac{(-8q_H^2 - 17q_H q_L + 7q_L^2)q_H q_L^2 + 12(4q_H - q_L)q_H q_L^2 c + (64q_H^3 - 160q_H^2 q_L + 130q_H q_L^2 - 25q_L^3)c^2}{4q_H q_L (8q_H - 5q_L)^2}$ 。

在輔助定理 2 中，我們可以發現在高品質零售商引入低品質零售商的商品後，雙方在訂定價格的時候都會受到彼此的商品品質影響，改變了訂價策略。由於上架費的

存在，高品質零售商的利潤會相當於零售商所獲得的總利潤。我們所關心的零售商所獲得的總利潤的比較則在以下做更多討論。

輔助定理 3. 當 $c = 0$ ， $\pi^H < \pi^{ori} \quad \forall q_L \in [0, 1], q_H \in (q_L, 1]$ 。

在輔助定理 3 中，我們證明了當零售商買入商品不需要成本的時候，高品質零售商提供低品質零售商內置廣告所獲得的零售商總利潤比起原本在各自獨立的市場兩方零售商所獲得的零售商總利潤來的小。這個結論意味著高品質零售商不會提供低品質零售商內置廣告，因為雙方合作無法創造更大的利潤。

在高品質零售商引入了低品質零售商後，會有更多的消費者購買商品，相當於市場被擴大，但是緊接著高品質零售商與低品質零售商會在原本高品質零售商獨占的市場做價格競爭，特別是因為零售商買入商品不需要成本，價格競爭會變得更加激烈，所以最後市場擴大的效益不如激烈的價格競爭帶來的損失，讓高品質零售商提供低品質零售商內置廣告所獲得的零售商總利潤比起原本在各自獨立的市場兩方零售商所獲得的零售商總利潤來的小。

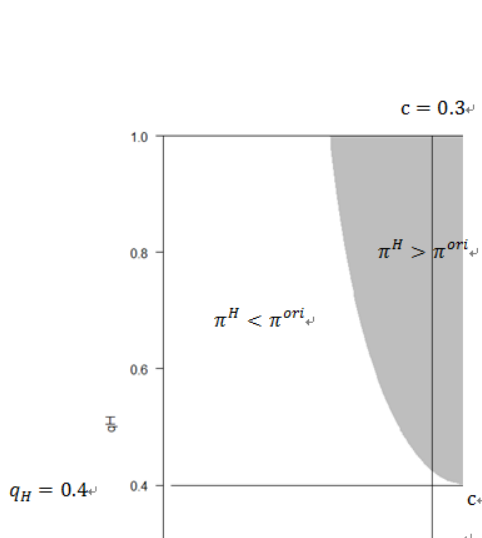


圖 3: 當 $q_L = 0.4$ ，成本和高品質商品的品質與 $\pi^H - \pi^{ori}$ 的關係

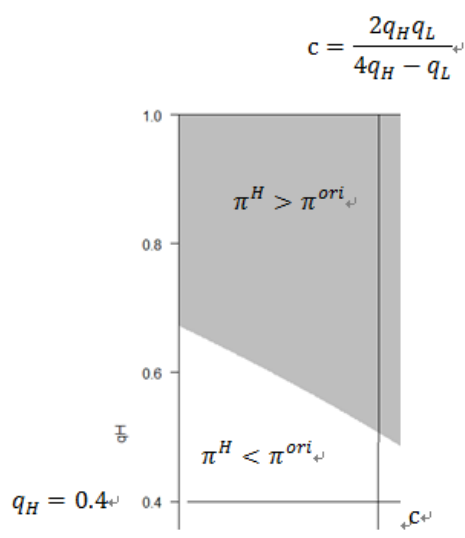


圖 4: 當 $q_L = 0.4$ ，成本和高品質商品的品質與 $\pi^H - \pi^{ori}$ 的關係

在圖三的灰色區域高品質零售商願意提供內置廣告給低品質零售商，白色區域則是不會提供廣告。我們所關注的區塊只有 $q_H \geq q_L$ 且 $c \leq \frac{3}{4}q_L$ 的區域。顯示在低成本的時候，高品質零售商不願意提供內置廣告；但是在商品成本較高且品質差距較大的時候會願意提供內置廣告。

3.3 低品質零售商提供內置廣告給高品質零售商

在低品質零售商提供內置廣告給高品質零售商的情況，與 3.2 節相似，因為低品質零售商可以訂定上架費 t 去併吞提供內置廣告所創造的額外的市場利潤，只要提供內置廣告使得零售商所獲得的總利益比沒有提供內置廣告所獲得的零售商總利益來得高，換句話說，如果 $\pi^L \geq \pi^{ori}$ ，則低品質零售商會提供內置廣告給高品質零售商，否則不會。

跟 3.2 節相似，我們利用逆向歸納法考慮零售商與消費者的賽局，高品質商品的需求是 $1 - \theta^H$ ，低品質商品的需求是 $\theta^H - \theta^L$ ， $\theta^H = \frac{p_H - p_L}{q_H - q_L}$ ， $\theta^L = \frac{p_L}{q_L}$ 。

$$\begin{aligned}
 \pi_L^L = \max_t & \quad (p_L^* - c_L) \left(\frac{p_H^* - p_L^*}{q_H - q_L} - \frac{p_L}{q_L} \right) + t \\
 \text{s.t. } & \quad p_H^* \in \operatorname{argmax}_{p_H} \left\{ [(p_H - c)(1 - \frac{p_H - p_L}{q_H - q_L}) - t] + (1 - \frac{p_H}{q_H})(p_H - c) \right\} \\
 & \quad p_L^* \in \operatorname{argmax}_{p_L} \left\{ (p_L - c) \left(\frac{p_H - p_L}{q_H - q_L} - \frac{p_L}{q_L} \right) + t \right\} \\
 & \quad \operatorname{argmax}_{p_H} \left\{ [(p_H - c)(1 - \frac{p_H - p_L}{q_H - q_L}) - t] + (1 - \frac{p_H}{q_H})(p_H - c) \right\} \geq 0 \\
 & \quad \operatorname{argmax}_{p_L} \left\{ (p_L - c) \left(\frac{p_H - p_L}{q_H - q_L} - \frac{p_L}{q_L} \right) + t \right\} \geq 0
 \end{aligned} \tag{4}$$

模型的部分與 3.2 節幾乎完全一致，低品質的零售商也會訂定 t 來最大化她的利益。

輔助定理 4. 當高品質零售商提供內置廣告給低品質零售商，且 $c \leq \frac{2q_H q_L}{4q_H - q_L}$ ，高品質零售商會訂商品價格為 $p_H^* = \frac{4(q_H - q_L)q_H + (5q_H - 2q_L)c}{8q_H - 5q_L}$ ，低品質零售商會訂商品價格 $p_L^* = \frac{2(q_H - q_L)q_H q_L + (4q_H^2 - q_L^2)c}{8q_H - 5q_L}$ ，雙方能夠獲得的總利潤

$$\pi^L = \frac{2(q_H - q_L)(2(8q_H - 3q_L)q_H^2 q_L - 2(16q_H - 7q_L)q_H q_L c + (8q_H^2 + 5q_H q_L - 4q_L^2)c^2)}{(8q_H - 5q_L)^2 q_H q_L},$$

與原本市場的總利潤差距

$$\pi^L - \pi^{ori} = \frac{(64q_H^3 - 160q_H^2 q_L + 103q_H q_L^2 - 25q_L^3)q_H + 12(4q_H - q_L)q_H q_L c + (-8q_H^2 - 17q_H q_L + 7q_L^2)c^2}{4q_H(8q_H - 5q_L)^2}.$$

輔助定理 5. 當 $c = 0$ ， $\exists \Delta q > 0$ ， $q_H - q_L = \Delta q$ 使得 $\pi^L > \pi^{ori}$ 。

在輔助定理 5 中，我們證明了當零售商買入商品不需要成本的時候，在兩方零售商的商品品質差距夠大的情況下，低品質零售商提供高品質零售商內置廣告獲得的總利潤比起原本在各自獨立的市場兩方零售商獲得的總利潤來的大。

在低品質零售商引入了高品質零售商後，會有更多的消費者購買商品，相當於市場被擴大，但是緊接著高品質零售商與低品質零售商會在原本高品質零售商獨占的市場做價格競爭，所以在商品品質差異不大的情況下，低品質零售商會選擇不引入高品質零售商。然而，引入高品質的零售商可以讓原本只能選低品質商品的消費者買到高品質商品，如果商品品質差異夠大，那麼零售商可以藉著賣出較高價的高品質商品獲得較多的利潤，足以彌補價格競爭帶來的損失，所以當零售商買進商品不需要成本，且商品品質差異夠大，低品質零售商會提供高品質零售商內置廣告。

在圖四的灰色區域低品質零售商願意提供內置廣告給高品質零售商，白色區域則是不會提供廣告。我們所關注的區塊只有 $q_H \geq q_L$ 且 $c \leq \frac{2q_H q_L}{4q_H - q_L}$ 的區域。顯示在商品成本越低、品質差距越小的時候，高品質零售商不願意提供內置廣告；但是在商品成本較高且品質差距較大的時候會願意提供內置廣告。

4 結論

我們討論高品質電子零售商與低品質電子零售商在商品品質差異程度、商品成本、以及由不同方提供內置廣告等情況下，是否會願意提供內置廣告。

研究結果顯示在高品質零售商提供內置廣告給低品質零售商的情況下，在低成本的時候高品質零售商不會提供內置廣告，在高成本且商品品質差異程度大的情況下，高品質零售商願意提供內置廣告。在低品質零售商提供內置廣告給高品質零售商的情況，商品成本越低、品質差異程度越小低品質零售商越不願意提供內置廣告；商品成本越高、品質差異程度越大低品質零售商則越願意提供內置廣告。

我們認為因為商品品質差異程度越大，提供內置廣告所能從消費者獲得的利益就越多；商品成本越高，零售商間價格競爭的激烈程度就會越低。所以當商品成本越高、品質差異程度越大零售商則越願意提供內置廣告。

附錄

輔助定理 1 證明：因為限制式 (3) 如果大於 0，零售商就可以提高 p_i 來獲得更高的利潤，所以限制式 (3) 會恰好等於零，並得出 $\theta_i = \frac{p_i}{q_i}$ 。將 θ_i 代回目標式，獲得

$\pi_i^{ori} = \max_{p_i} \left(1 - \frac{p_i}{q_i}\right) (p_i - c)$ ，由於 $(\pi_i^{ori})'' = -\frac{2}{q_i} < 0$ ，我們可以用 $(\pi_i^{ori})' = 0$ 獲得最佳解。即 $-\frac{p_i - c}{q_i} + \left(1 - \frac{p_i}{q_i}\right) = 0$ ，得出 $p_i^* = \frac{q_i + c}{2}$ 。我們只需要考慮 $p_i^* \geq c$ 的情況，因為當 $p_i^* \leq c$ 的時候零售商會選擇不做生意，於是我們得出 $c \leq q_L$ 。最後將 p_i^* 代回目標式可得 $\pi_i^{ori} = \frac{(q_i - c)^2}{4q_i}$ 。□

輔助定理 2 證明：首先考慮限制式 (5)，因為 (5) 是凹函數，我們可以在對它一次微分為零的點得到 p_H 的最大值， $p_H^* = \frac{(4q_H - q_L)(q_H - q_L) + 3(2q_H - q_L)c}{8q_H - 5q_L}$ ，同理，可得 $p_L^* = \frac{3(q_H - q_L)q_L + q_L c_H + 2(2q_H - q_L)c}{8q_H - 5q_L}$ 。我們只需要考慮 $p_i^* \geq c$ 的情況，因為當 $p_i^* \leq c$ 的時候零售商會選擇不做生意，於是我們得出 $c \leq \frac{3}{4}q_L$ 。如果限制式 (7) 大於 0，高品質零售商永遠可以提高 t 讓她的利潤更大，所以限制式 (7) 會等於 0，將限制式 (7)、 p_H^* 、 p_L^* 代入目標式可得 $\pi_H^H = (p_H^* - c) \left(1 - \frac{p_H^* - p_L^*}{q_H - q_L}\right) + (p_L^* - c) \left(1 + \frac{p_H^* - p_L^*}{q_H - q_L} - 2\frac{p_L}{q_L}\right) = \frac{(q_H - q_L)((16q_H^2 + 10q_H q_L - 8q_L^2)q_L - 4(16q_H - 7q_L)q_L c + 4(8q_H - 3q_L)c^2)}{(8q_H - 5q_L)^2 q_L}$ ，由於限制式 (7) 等於 0，低品質零售商的利潤 π_L^H 為零，所以 $\pi_H^H = \pi^H$ 。最後 $\pi^H - \pi^{ori} = \frac{(-8q_H^2 - 17q_H q_L + 7q_L^2)q_H q_L^2 + 12(4q_H - q_L)q_H q_L^2 c + (64q_H^3 - 160q_H^2 q_L + 130q_H q_L^2 - 25q_L^3)c^2}{4q_H q_L (8q_H - 5q_L)^2}$ 。□

輔助定理 3 證明：設 $c = 0$ ， $\pi^H - \pi^{ori} = \frac{(-8q_H^2 - 17q_H q_L + 7q_L^2)q_H q_L^2}{4q_H q_L (8q_H - 5q_L)^2}$ ，因為 $\frac{q_L^2}{4q_H q_L (8q_H - 5q_L)^2} > 0$ ，所以我們只需要考慮 $y = -8q_H^2 - 17q_H q_L + 7q_L^2$ 的正負值，由於 $y|_{q_H = q_L} = -18q_L^2 < 0$ ，且 $\frac{d}{dq_H} y = -16q_H - 17q_L < 0$ ，所以 $y < 0 \quad \forall q_L \in (0, 1], q_H \in (q_L, 1]$ ，故當 $c = 0$ ， $\pi^H < \pi^{ori} \quad \forall q_L \in [0, 1], q_H \in (q_L, 1]$ 。□

輔助定理 4 證明：與輔助定理 2 相似。□

輔助定理 5 證明：設 $c = 0$ ， $\pi^L - \pi^{ori} = \frac{64q_H^3 - 160q_H^2 q_L + 103q_H q_L^2 - 25q_L^3}{4(8q_H - 5q_L)^2}$ ，因為 $4(8q_H - 5q_L)^2 > 0$ ，所以我們只需要考慮 $y = 64q_H^3 - 160q_H^2 q_L + 103q_H q_L^2 - 25q_L^3$ 的正負值，由於 $y|_{(q_H = q_L)} = -18q_L^3 < 0$ ，且 $\frac{d^2}{dq_H^2} y = 384q_H - 320q_L > 0$ ，所以只要 $q_H > q_L$ 且 $q_H - q_L$ 夠大，則 $y > 0$ 。∃ $\Delta q > 0, q_H - q_L = \Delta q$ 使得 $\pi^L > \pi^{ori}$ 。□

參考文獻

- Cai, Gangshu George, Ying-Ju Chen. 2011. In-store referrals on the internet. *Journal of Retailing* **87**(4) 563–578.
- Chen, Yuxin, Ganesh Iyer, V Padmanabhan. 2002. Referral infomediaries. *Marketing Science* **21**(4) 412–434.

- Ghose, Anindya, Tridas Mukhopadhyay, Uday Rajan. 2007. The impact of internet referral services on a supply chain. *Information Systems Research* **18**(3) 300–319.
- Wu, Hao, Gangshu George Cai, Jian Chen, Chwen Sheu. 2015. Online manufacturer referral to heterogeneous retailers. *Production and Operations Management* **24**(11) 1768–1782.