

程式設計 (106-1)

作業八 (不用繳交)

作業設計：孔令傑
國立臺灣大學資訊管理學系

本次作業不用繳交，當然也沒有截止時間。

第一題

請判斷以下的 big O 關係式是否成立：

- (a) $300n^2 + \sqrt{n} \in O(n^2)$.
- (b) $300n^2 + \sqrt{n} \in O(n^3)$.
- (c) $300n^2 + \sqrt{n} \in O(n\sqrt{n})$.
- (d) $n(n-1)(n-2) + n^2 \in O(n^3)$.
- (e) $n(n-1)(n-2) + nm^2 \in O(n^3 + m^2)$.

第二題

A 是一個 n 個 node 的 undirected unweighted graph 的 adjacency matrix， n 個 node 的編號分別是 1、2 到 8。如果

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \end{bmatrix},$$

則：

- (a) 請畫出這個 graph。
- (b) 請求出每個 node 的 degree。
- (c) 請找出從 node 7 到 node 5 的最短路徑。
- (d) 請以 node 8 為起點，用 bread-first search 找出從 node 8 到所有 node 的最短距離。

第三題

根據我們上課時教的 BFS 演算法，在一個 unweighted undirected graph 上，求出從給定的起點到所有其他點的最短距離可以在 $O(n^2)$ 完成，其中 n 是 node 個數。給定一個 graph 和一個起點，令距離該起點最遠的點到起點的距離為 d 。現在請利用這個演算法做為一個模組，來考慮以下問題。

我們現在想要在給定的 graph 上，去試著再多放入一條 edge 去連接某兩個原本不相鄰的 node。我們希望放入這條 edge 後，可以最小化 d 。對於這個問題，有一個演算法如下。針對某一個不存在的 edge $[u, v]$ ，我們把它連起來看看，並且用上課教的 BFS 模組計算 $d([u, v])$ 。對所有的 $[u, v]$ 我們都試一次，最後看看哪個 $[u, v]$ 可以得到最小的 d 。

請問這個演算法的複雜度是多少？請用 big O 表示。