

程式設計 (105-2)

作業十二

作業設計：孔令傑
國立臺灣大學資訊管理學系

繳交作業時，請至 PDOGS (<http://pdogs.ntu.im/judge/>) 為第一、二、三題各上傳一份 C++ 原始碼 (以複製貼上原始碼的方式上傳)。第三題是 bonus 加分題。每位學生都要上傳自己寫的解答。不接受紙本繳交；不接受遲交。請以英文或中文作答。

這份作業的截止時間是 **2017 年 6 月 5 日凌晨一點**。為這份作業設計測試資料並且提供解答的助教是李昱賢 (Rick Lee) 和楊佩蓉 (Sophie Yang)。

第一題

(50 分) 你面前有個十乘十的表格，表格上每格都被填入一個整數。我們稱第 i 列第 j 行的格子為格子 (i, j) ，而該格的數字為 A_{ij} 。如果 i 跟 j 的至少其中之一是 1 或 10，我們說這個格子在「邊上」，反之則這個格子在「內部」。對於一個在內部的格子 (i, j) ，它有四個相鄰的格子 $(i-1, j)$ 、 $(i+1, j)$ 、 $(i, j-1)$ 和 $(i, j+1)$ 。對於一個在邊上的格子，則可能只有三個或兩個相鄰的格子。如果兩個相鄰的格子的值相同，我們說這兩個格子屬於同一個「連通區塊」。按照這個定義，一個連通區塊可能只包含有一個格子 (如果與之相鄰的格子的值都跟它不同)、包含有不只兩個格子，而數字相同但不相連的兩群格子會被視為兩個連通區塊而非一個。在圖 1 的例子中，我們有十個連通區塊。請特別注意有兩個連通區塊的值都是 3，但因為它們不相連，所以視為兩個連通區塊；也有四個連通區塊各只含有一個格子。

1	1	1	3	3	3	3	3	3	3
2	2	1	3	1	1	1	1	1	3
2	2	1	3	3	3	1	4	1	3
2	2	1	3	3	3	1	4	1	3
2	2	1	1	1	1	1	4	1	3
2	2	2	2	2	3	4	4	1	3
2	2	2	2	2	3	4	4	5	6
2	2	2	2	2	3	4	4	5	7
2	2	2	2	2	3	4	4	5	8
2	2	2	2	2	3	4	4	5	9

圖 1: 第一題的例子

在給定一個表格上的 100 個數字後，你必須找出總共有幾個連通區塊，以及其中最大 (佔據最多格子) 的一塊佔據了幾個格子。以上面的例子來說，一共有十個連通區塊，其中由數字 2 代表的連通區塊是最大的，共佔據了 33 格。

輸入輸出格式

系統會提供許多筆測試資料，每筆測試資料裝在一個檔案裡。每個檔案有十列，第 i 列有十個整數 $A_{i,1}$ 、 $A_{i,2}$ 直到 $A_{i,10}$ 。已知 $1 \leq A_{ij} \leq 100$ 。一列中的任兩個數字用一個空白鍵隔開。

給定一筆測試資料，請印出連通區塊的個數，以及最大的連通區塊佔據的格子數。兩個印出的數字間請用一個空白鍵隔開。舉例來說，如果輸入是

```
1 1 1 3 3 3 3 3 3 3
2 2 1 3 1 1 1 1 1 3
2 2 1 3 3 3 1 4 1 3
2 2 1 3 3 3 1 4 1 3
2 2 1 1 1 1 1 4 1 3
2 2 2 2 2 3 4 4 1 3
2 2 2 2 2 3 4 4 5 6
2 2 2 2 2 3 4 4 5 7
2 2 2 2 2 3 4 4 5 8
2 2 2 2 2 3 4 4 5 9
```

則輸出應該是

```
10 33
```

你上傳的原始碼裡應該包含什麼

你的.cpp 原始碼檔案裡面應該包含讀取測試資料、做運算，以及輸出答案的 C++ 程式碼。當然，你應該寫適當的註解。針對這個題目，你可以使用任何方法。

評分原則

這一題的其中 50 分會根據程式運算的正確性給分。PDOGS 會編譯並執行你的程式、輸入測試資料，並檢查輸出的答案的正確性。前 40 分由 20 筆測試資料判定分數，一筆測試資料佔 2 分；後 10 分由 5「組」測試資料判定分數，每一組裡面有若干筆測試資料，全對的話才能得到 2 分。

第二題

(50 分) 二維平面上有 n 個格子點 (x_i, y_i) ， $i = 1, \dots, n$ ，滿足 x_i 跟 y_i 都是整數。我們想知道最多可以畫幾條「不同的」無限延伸的線，使每條線都穿過至少兩個點。在最好的情況下，如果沒有任意三個點符合三點共線，則我們可以有 $\frac{n(n-1)}{2}$ 條線。例如有 $n = 4$ 個點，分別是 $(1, 0)$ 、 $(1, 1)$ 、 $(0, 0)$ 和 $(0, 1)$ ，則我們一共可以畫出六條線，每條線都穿過恰好兩個點。但若同樣是四個點，可是卻是 $(1, 0)$ 、 $(1, 1)$ 、 $(0, 0)$ 和 $(2, 2)$ ，則因為有三點共線，我們一共就只能畫出四條線。很顯然地，最壞的情況下我們可能只有一條線。

輸入輸出格式

系統會提供許多筆測試資料，每筆測試資料裝在一個檔案裡。檔案第一行有一個整數 n 。第二行有 n 個格子點的資訊，第 i 個格子點的資訊依序如下：一個左括弧、 x_i 、一個逗點、一個空格、 y_i 、一個右括弧。第 i 個格子點的右括弧和第 $i + 1$ 個格子點的左括弧之間有一個空白。已知 $2 \leq n \leq 100$ 、 $-100 \leq x_i \leq 100$ 、 $-100 \leq y_i \leq 100$ 。

給定一筆測試資料，請計算最多可以畫幾條不同的無限延伸的線，使每條線都穿過至少兩個點。舉例來說，如果輸入是

```
4
(0, 0) (0, 1) (1, 0) (1, 1)
```

則輸出應該是

```
6
```

如果輸入是

```
4
(0, 0) (2, 2) (1, 0) (1, 1)
```

則輸出應該是

```
4
```

你上傳的原始碼裡應該包含什麼

你的.cpp 原始碼檔案裡面應該包含讀取測試資料、做運算，以及輸出答案的 C++ 程式碼。當然，你應該寫適當的註解。針對這個題目，你 **可以** 使用任何方法。

評分原則

這一題的其中 50 分會根據程式運算的正確性給分。PDOGS 會編譯並執行你的程式、輸入測試資料，並檢查輸出的答案的正確性。前 40 分由 20 筆測試資料判定分數，一筆測試資料佔 2 分；後 10 分由 5「組」測試資料判定分數，每一組裡面有若干筆測試資料，全對的話才能得到 2 分。

第三題 (bonus)

(20 分) 你有 n 個物品，第 i 個物品的重量是 w_i ，價值則為 v_i 。給定一個物品的集合 S ，我們定義

$$f(S) = \frac{\sum_{i \in S} v_i}{\sum_{i \in S} w_i}。$$

我們想要挑出恰好 k 個物品組成集合 S ，使得 $f(S)$ 最大化。

系統會提供許多筆測試資料，每筆測試資料裝在一個檔案裡。檔案第一行有兩個整數 n 跟 k ，中間用一個空白鍵隔開。在第二行到第 $n + 1$ 行中，第 i 行存有兩個整數 w_i 和 v_i ，中間用一個空白鍵隔開。已知 $1 \leq k \leq n \leq 100$ 、 $0 < w_i \leq 10000$ 、 $0 \leq v_i \leq 10000$ 。

給定一筆測試資料，請找出能最大化 $f(S)$ 的物品集合 S^* ，並依序印出 $f(S^*)$ 的最簡分數的分子和分母，中間用一個空白鍵隔開。舉例來說，如果輸入是

```
3 2
2 2
4 2
6 2
```

則輸出應該是

```
2 3
```

因為最佳物品集合 S^* 包含前兩個物品，他們的價值總和是 4 而重點總和是 6，使得 $f(S^*) = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$ ，亦即最簡分數的分子是 2、分母是 3。

針對這個題目，你**可以**使用任何方法。這一題的其中 20 分會根據程式運算的正確性給分。PDOGS 會編譯並執行你的程式、輸入測試資料，並檢查輸出的答案的正確性。前 10 分由 5 筆測試資料判定分數，一筆測試資料佔 2 分；後 10 分由 5「組」測試資料判定分數，每一組裡面有若干筆測試資料，全對的話才能得到 2 分。